CLASSE DE SECONDE C / T

(Horaire : 5 heures par semaine)

Le présent programme est celui d'une classe de seconde préparant de manière privilégiée aux **différentes** filières scientifiques et techniques (sections C,D,E,F). Afin d'éviter une orientation trop marquée par une section de type C, il convient de le préserver d'une intervention artificielle de descriptions de structures et de ne pas l'alourdir par une algébrisation prématurée. Ont été ainsi résolument écartés les sujets présentant de trop grandes difficultés conceptuelles et techniques au bénéfice d'une meilleure solidité sur les points essentiels. On s'en tiendra à un cadre et à un vocabulaire théoriques modestes, mais suffisamment efficaces pour l'étude des situations usuelles, et assez riches pour servir de support à une formation mathématique solide.

La tâche principale de l'enseignant est d'entraîner les élèves à la pratique d'une démarche scientifique, en développant conjointement les capacités d'expérimentation et de raisonnement, d'imagination et d'analyse critique ; l'accent doit être mis sur l'acquisition de méthodes. Chaque séance d'enseignement doit faire une place importante à l'activité des élèves, en s'orientant principalement vers la résolution de problèmes. C'est pourquoi le résumé de la leçon doit être bref : son contenu doit se limiter aux notions et aux résultats essentiels.

Il convient de souligner les formes diverses des raisonnements mathématiques mis en jeu dans les situations étudiées. Tout exposé a priori de logique mathématique est exclu. C'est à travers les activités que l'on mettra en lumière les différentes phases de la démarche mathématique : expérimentation, conjectures, argumentation, élaboration d'une preuve et **rédaction** de la démonstration.
Ainsi, tout au long de l'année, chaque fois que cela peut faciliter la compréhension, il est bon d'apprendre aux élèves à utiliser :
- les connecteurs : "et", "ou" ;
- les quantificateurs : "quel que soit", "il existe".

En fin d'année scolaire, les élèves doivent avoir une idée claire des notions suivantes :
- notion d'exemple,
- notion de contre-exemple (utilisation du contre-exemple),
- notion de vérification,
- notion de déduction (si...alors...; hypothèse; conclusion; condition nécessaire; condition suffisante),
- notion de conjecture,
- notion d'équivalence (...si et seulement si...).

CALCUL DANS ℝ

- opérations et inégalités dans ℝ ;
- intervalles de ℝ, valeur absolue et distance sur la droite numérique, interprétation de la relation $|x-a| < \alpha$ dans ℝ à l'aide d'un intervalle de centre a ;
- majorant, minorant, élément maximal, élément minimal d'un sous-ensemble de ℝ ;
- calcul approché : approximation d'un nombre réel au moyen d'encadrements ; ordre de grandeur d'un résultat; valeur approchée, approximation décimale d'ordre n, arrondi d'ordre n d'un nombre réel.
- Calculs de taux spécifiques (natalité, fécondité, mortalité, etc) ; indice synthétique de fécondité.
- ℝ et ses sous ensembles (ℕ, ℤ, 𝔻, ℚ)

Il s'agit tout d'abord de consolider les acquis du premier cycle :

- savoir calculer dans 𝔻 et ℚ ; avec des puissances entières de dix et des puissances entières d'un réel ; avec des racines carrées ;
- savoir comparer deux nombres ; connaître les propriétés de la relation d'ordre vis-à-vis des opérations, vis-à-vis du passage au carré, à l'inverse et à la racine carrée.

Il s'agit également d'initier les élèves à quelques techniques de l'Analyse (majoration, minoration, approximation). C'est ainsi que les élèves devront :

- savoir, lors de la résolution de problèmes numériques, effectuer des encadrements (ordres de grandeur, valeurs approchées à une précision donnée). Cette pratique ne doit pas consister en une manipulation purement formelle. Il convient de mettre en valeur la signification de tels encadrements dans des contextes variés, et de les relier aux notions d'intervalle, de distance, de valeur absolue. En ce qui concerne les opérations, les objectifs se limitent à l'encadrement d'une somme et d'une différence, du produit et du quotient de deux nombres réels strictement positifs et à l'obtention d'une valeur approchée d'une somme à une précision donnée ;
- savoir comparer x ; x^2 ; $\sqrt{x}$ $\frac{1}{x}$ pour x > 0 (une interprétation graphique viendra illustrer ces résultats lors de l'étude des fonctions usuelles) ;
- savoir interpréter | b-a | comme étant la distance des points a et b ; et savoir effectuer quelques majorations simples en utilisant l'inégalité triangulaire et les formules donnant la valeur absolue d'un produit et d'un quotient ;
- reconnaître si un nombre réel donné est un majorant, un minorant, etc... d'une partie de IR ; une recherche systématique étant exclue ;
- savoir organiser un calcul (choisir un programme de calcul adapté, des valeurs approchées qui conviennent ; déceler tout résultat aberrant) ;
- savoir utiliser une représentation graphique pour illustrer une situation ou un résultat.

Il convient enfin de noter que :

- le calcul sur les réels doit être traité en liaison avec la résolution de problèmes numériques. On évitera les exemples artificiels ou trop techniques. Seule la maîtrise de mécanismes élémentaires constitue l'objectif visé ;
- l'utilisation d'une calculatrice scientifique (une calculatrice non programmable est suffisante) est souhaitable pour effectuer des calculs, vérifier des résultats, alimenter

le travail de recherche.

FONCTIONS NUMERIQUES D'UNE VARIABLE REELLE

On évitera tout exposé général sur les fonctions. Le programme ne porte que sur l'étude **d'exemples** et se place dans le cadre **des fonctions définies sur un intervalle de** $\mathbb{R}$.

Génération et description de fonctions :

- exemples de fonctions définies par divers procédés ;
- représentations graphiques et exploitation : image et image réciproque d'un intervalle ; maximum, minimum d'une fonction ;
- parité, périodicité ;
- fonctions croissantes, fonctions décroissantes.

Il s'agit :

-de familiariser les élèves avec diverses déterminations d'une fonction : tracé graphique, tableau de données numériques, formule explicite, touches de la calculatrice, etc...On exploitera largement des situations issues de la géométrie, des sciences et techniques, de la vie économique et sociale ;
- d'habituer les élèves à construire point par point une représentation graphique puis à lire et à interpréter le graphique obtenu : à cette occasion, les élèves manipuleront des notions telles que image et image réciproque d'un intervalle, maximum et minimum d'une fonction, sens de variation, parité et périodicité ; une étude de ces notions faisant appel au calcul sera menée avec des exemples de fonctions usuelles, pour des cas simples ;
- d'entraîner les élèves à réinvestir ces techniques lors de la résolution de problèmes.

Cette partie offre l'occasion de construire et d'interpréter des graphiques portant sur les évolutions de phénomènes de population (fécondité, mortalité, etc).

fonctions de référence :

-variation et représentation graphique des fonctions :

$\mathbf{x} \mapsto \mathbf{ax+b}$; $\mathbf{x} \mapsto |x|$; $\mathbf{x} \mapsto \mathbf{x}^2$; $\mathbf{x} \mapsto \mathbf{x}^3$; $\mathbf{x} \mapsto \sqrt{x}$; $\mathbf{x} \mapsto \frac{1}{x}$

- observation du comportement de ces fonctions quand |x| devient "grand" ou "petit" ;
- exemples simples d'étude de fonctions se ramenant aux précédentes par changement d'origine ou d'échelles.

Il est important que les élèves sachent :

- reconnaître les phénomènes linéaires, leur lien avec la proportionnalité ;
- étudier le sens de variation d'une fonction de façon directe (conservation ou non de l'ordre) ou éventuellement à l'aide du taux de variation (son utilisation ne devant pas être systématique).

Les élèves seront amenés à effectuer une exploration numérique du comportement de ces fonctions quand |x| devient "grand" ou "petit". Mais toute mise en forme de la notion de limite est hors programme.

Tout exposé général sur les changements d'origine ou d'échelles est exclu ; on se limitera à l'étude de quelques exemples simples du type :

x $\mapsto$ $2x^2 + 1$; x $\mapsto$ $(x-1)^3$; x $\mapsto$ $\dfrac{2}{x-1}$; x $\mapsto$ $\sqrt{2x+3}$

A cette occasion, toutes les indications utiles seront fournies aux élèves.
L'étude générale des fonctions polynômes de degré deux et des fonctions homographiques est hors programme.

Fonctions circulaires :

- étude des fonctions x $\mapsto$ cos x ; x $\mapsto$ sin x :
périodicité, parité, sens de variation, courbe représentative ;
- équation cos x = a ; sin x = b

L'introduction des fonctions circulaires est une simple prise de contact de caractère expérimental : observation à partir du cercle trigonométrique, exploitation d'une table de valeurs ou des touches de la calculatrice.
Les élèves doivent savoir retrouver à l'aide du cercle trigonométrique les relations entre les cosinus et les sinus des angles suivants : x, – x, $\dfrac{\pi}{2} - x$, $\dfrac{\pi}{2} + x$, $\pi - x$, $\pi + x$ et connaître les valeurs du cosinus et du sinus des angles remarquables suivants dont la mesure exprimée en radian est : 0, $\dfrac{\pi}{6}$, $\dfrac{\pi}{4}$, $\dfrac{\pi}{3}$, $\dfrac{\pi}{2}$, π .
L'étude de la fonction tangente et les formules d'addition sont hors programme.

EQUATIONS ET INEQUATIONS DANS ℝ

- zéro d'un polynôme, factorisation par (x-a) ;
- polynôme du second degré ;
- équations et inéquations du second degré dans ℝ.

On confondra polynôme et fonction polynôme.
On s'assurera que le calcul sur les polynômes (développement, factorisation) vu durant le premier cycle est maîtrisé : les élèves doivent savoir réduire une somme algébrique, développer une expression, factoriser par mise en facteur d'un terme ou par l'utilisation des identités remarquables (les identités du troisième degré ne sont pas exigibles).
On se gardera de tout excès de technicité.
Les élèves doivent :

- connaître le théorème : soit P(x), un polynôme et a un nombre réel. "P(a)=0" signifie "on peut trouver un polynôme Q(x) tel que P(x)=(x-a)Q(x)" ;
- être capables, sur des exemples simples, de déterminer Q(x) par la méthode dite "des coefficients indéterminés". Exemple : trouver trois nombres a, b, c tels que $x^3-3x^2 + 2 = (x-1)(ax^2 + bx + c)$;
- savoir mettre en place, sur des exemples, la forme canonique d'un polynôme P(x) du second degré en vue de :
  · tracer la parabole y = P(x) (on se ramènera à la forme $Y = aX^2$) ;

· factoriser, si c'est possible, le polynôme P(x) ;
· résoudre dans ℝ l'équation P(x) = 0 ;
· étudier le signe du polynôme P(x) ;

une représentation graphique venant en illustration de ces deux derniers points ;

- savoir utiliser diverses techniques pour résoudre une équation ou une inéquation du second degré : factorisation (utilisation d'une racine évidente, des identités remarquables, de la forme canonique), étude graphique, emploi du discriminant ;
- savoir déterminer le signe d'un polynôme du second degré ;

On étudiera des exemples de problèmes conduisant à la résolution d'équations ou d'inéquations du second degré. On évitera de multiplier les exemples donnés a priori.
L'emploi des paramètres est hors programme.

SYSTEMES D'EQUATIONS ET D'INEQUATIONS LINEAIRES

- résolution algébrique et étude graphique de systèmes de deux équations linéaires à deux inconnues dans ℝ;
- étude graphique de systèmes de deux inéquations linéaires à deux inconnues dans ℝ;
- exemples de situations conduisant à l'étude graphique de systèmes d'équations et d'inéquations linéaires à deux inconnues ;
- exemples de mise en oeuvre de méthodes pour résoudre des systèmes d'équations linéaires à coefficients numériques (substitution, combinaisons linéaires).

L'objectif est non seulement de mettre en place une technique de résolution mais aussi d'étudier les problèmes issus d'autres disciplines (mise en équation, traitement mathématique, interprétation des résultats).
On se limitera à des situations ne comportant pas plus de quatre inconnues. La description générale des méthodes de résolution est hors programme.
Pour ce qui est des systèmes à deux inconnues, l'objectif est d'organiser et de conjuguer l'étude numérique et l'étude graphique, et non d'apprendre des formules de résolution. Les formules de Cramer ne sont pas au programme, mais les élèves doivent savoir utiliser le déterminant pour établir l'existence et l'unicité de la solution. A cette occasion, on envisagera une interprétation à l'aide des vecteurs du plan (du type $x\vec{a} + y\vec{b} = \vec{c}$) ou à l'aide des positions relatives de deux droites dans le plan. Aucune étude générale n'est au programme.
L'étude d'exemples comportant des paramètres est exclue.

VECTEURS DU PLAN

- combinaison linéaire de vecteurs du plan ;
- base, décomposition d'un vecteur selon une base ;
- déterminant de deux vecteurs dans une base.

L'étude de l'ensemble des vecteurs du plan ne se limite pas aux aspects purement algébriques : elle doit permettre la mise en place d'outils qu'on réinvestira tout au long de l'année dans la résolution de problèmes de géométrie.
Ainsi, les élèves doivent connaître les relations :

- entre points et vecteurs, une origine étant fixée ;
- entre les parallélogrammes, les translations, l'égalité et l'addition des vecteurs ;
- entre l'opposé d'un vecteur et la symétrie centrale ;
- entre le théorème de Thalès, l'homothétie et la multiplication par un scalaire.

Ils doivent savoir caractériser vectoriellement le parallélisme de deux droites, l'alignement de trois points et le milieu d'un segment.
Ils doivent connaître le lien entre distance de deux points et norme d'un vecteur.
On appelle base de l'ensemble des vecteurs du plan tout couple de vecteurs non colinéaires.
A l'occasion de l'étude de l'ensemble des vecteurs du plan, on évoquera la définition d'un espace vectoriel sur $\mathbb{R}$; cependant tout développement abstrait de cette notion est exclu.

PRODUIT SCALAIRE DANS LE PLAN

- définition du produit scalaire :
$\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OH}$ **(H projeté orthogonal de B sur (OA)) ;**
formule : $\vec{u} \cdot \vec{v} = \|\vec{u}\| . \|\vec{v}\| \cos\theta$ **avec** $\theta = \text{mes}(\vec{u}, \vec{v})$
- caractérisation de l'orthogonalité ;
- propriétés du produit scalaire : symétrie, linéarité ;
- expression du produit scalaire et de la norme dans une base orthonormée, de la distance de deux points dans un repère orthonormé ;
- exemples d'application du produit scalaire.

Les élèves doivent :

- savoir utiliser le produit scalaire pour le calcul des normes de vecteurs, de distances et d'angles et pour la caractérisation de l'orthogonalité
(($\vec{u} \cdot \vec{v} = 0$) signifie $\|\vec{u}+\vec{v}\|^2 = \|\vec{u}\|^2 + \|\vec{v}\|^2$, lien avec le théorème de Pythagore);
- savoir déterminer, sur des **<u>exemples</u>**, l'ensemble des points M du plan tels que
$\vec{k} \cdot \overrightarrow{OM} = a$; $MA^2 - MB^2 = b$; $MA^2 + MB^2 = c$ (a, b, c réels donnés) ;
- connaître la relation métrique dans un triangle : $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$

L'introduction du produit scalaire par les formes bilinéaires symétriques est exclue.

GEOMETRIE PLANE

- représentations paramétriques et équations cartésiennes d'une droite dans un repère ;
- barycentre de 2, 3 ou 4 points ;
- cercle : équation cartésienne dans un repère orthonormé, intersection d'une droite et d'un cercle ;
- orientation du plan : angle orienté de vecteurs unitaires, cercle trigonométrique.

En ce qui concerne les droites du plan, il s'agit principalement d'approfondir les connaissances

acquises au premier cycle.
Les élèves doivent savoir :

- déterminer un vecteur directeur, relier coefficient directeur et vecteur directeur ;
- établir une équation cartésienne ou une représentation paramétrique d'une droite connaissant une de ses déterminations ;
- utiliser les conditions de parallélisme et d'orthogonalité.

L'étude doit combiner activités graphiques et numériques.
L'étude des barycentres repose sur une bonne pratique du calcul vectoriel. Tout développement axiomatique est exclu.
L'élève doit savoir :

- construire un barycentre ;
- calculer ses coordonnées.

L'expression analytique du produit scalaire permet de déterminer les équations de cercles. Les élèves doivent savoir, sur des exemples, déterminer les éléments caractéristiques d'un cercle défini par son équation cartésienne dans un repère orthonormé.
Aucune théorie de l'orientation ne figure au programme. On ne cherchera pas à donner un statut théorique aux angles et à leur mesure. Pour ce qui est de l'angle orienté de deux vecteurs unitaires, l'objectif est que les élèves connaissent et sachent utiliser les résultats suivants (admis) :

- un angle orienté possède une mesure principale appartenant à $\left]-\pi,\pi\right]$, les autres mesures s'en déduisent par addition de $2k\pi$ (k élément de $\mathbb{Z}$) ;
- inversement tout nombre réel définit un angle orienté et un seul admettant ce nombre pour mesure ;
- les mesures des angles orientés satisfont à la relation de Chasles ; cas particulier : si θ est une mesure de $(\vec{u}, \vec{v})$ alors $-\theta$ est une mesure de $(\vec{v}, \vec{u})$;
- toutes les mesures d'un angle ont un cosinus (respectivement un sinus) commun, qui est le cosinus (respectivement le sinus) de l'angle.

Dans ce qui précède, l'unité d'angle est le radian ; on signalera la possibilité de choisir le degré comme unité de mesure. Aucune connaissance n'est exigible des élèves sur l'emploi des angles orientés en géométrie.

TRANSFORMATIONS DU PLAN

- **translation, symétrie centrale, symétrie orthogonale ;**
- **homothétie ;**
- **rotation.**

Aux transformations déjà étudiées au premier cycle s'ajoutent l'homothétie et la rotation. Les élèves doivent connaître un petit nombre de propriétés essentielles de ces transformations (l'effet sur l'alignement, la direction, le parallélisme, l'orthogonalité, les barycentres, les distances, les aires) et savoir les mettre en oeuvre dans des situations simples pour démontrer une propriété, construire une figure, déterminer un ensemble de points.
L'étude des transformations ne doit être ni exhaustive, ni considérée comme une fin en soi. L'étude systématique des composées de transformations est en dehors du programme et aucune capacité n'est exigible des élèves à ce propos.
En ce qui concerne la rotation, il est seulement question d'initier les élèves à cette transformation. Des manipulations doivent leur permettre de conjecturer certaines de ses propriétés, propriétés que l'on admettra.

GEOMETRIE DANS L'ESPACE

- propriétés d'incidence ; parallélisme ;
- orthogonalité, plan médiateur.

Il s'agit de donner aux élèves une vision intuitive correcte de l'espace, de les familiariser avec les représentations planes de figures de l'espace.
L'étude - déjà entreprise au premier cycle - d'objets usuels de l'espace (cube, parallélépipède, pyramide, prisme, cylindre) doit mettre en évidence et en oeuvre quelques propriétés fondamentales d'incidence, de parallélisme et d'orthogonalité. Ces propriétés ne doivent pas faire l'objet d'une étude en soi.
Lors d'une première approche, les activités exploiteront conjointement des maquettes des objets étudiés et des représentations de ces objets effectuées selon les problèmes posés, à main levée ou à l'aide des instruments de dessin.
A cette occasion, on initiera les élèves à la représentation des figures de l'espace en perspective cavalière.
Les élèves doivent savoir combiner des énoncés concernant des droites et des plans de l'espace avec les théorèmes de géométrie plane pour établir des propriétés géométriques de configurations simples de l'espace.
La recherche de sections planes de solides doit se limiter à des cas simples.
Le théorème des trois perpendiculaires et la projection d'un angle droit sont hors programme.
Les notions de vecteurs et de repère dans l'espace en sont de même exclues.

STATISTIQUES

- introduction du vocabulaire et des notions statistiques : population, caractères, effectifs, effectifs cumulés, fréquences, fréquences cumulées ;
- caractéristiques de position : mode, moyenne, médiane ;
- modes de représentation d'une distribution statistique.
- étude de population (structure et dynamique).
- construction et interprétation des pyramides des âges.
- interpolation dans les problèmes de population (natalité, fécondité, mortalité, etc) ; extrapolation.

Il s'agit d'une initiation à l'étude des séries statistiques à une variable.
Les élèves doivent savoir :
- organiser et représenter des données statistiques fournies à l'état brut : calcul d'effectifs et de fréquences, élaboration de tableaux et de diagrammes (diagrammes en bâtons, graphiques circulaires, histogrammes), regroupement en classes ;
- décrire une représentation de données statistiques.

Les activités mettront en évidence, à partir d'un tableau de fréquences cumulées ou d'un diagramme cumulatif, l'intérêt de notions telles que médiane ou quartile.
Les élèves doivent savoir calculer une moyenne.
Les définitions générales des concepts mis en jeu ne sont pas exigibles. Leur mise en place s'effectue à travers l'étude de **quelques** situations propices à leur approche. Il est souhaitable que les documents proposés soient authentiques et récents et qu'ils comportent des données **nombreuses**.
L'écriture des formules employant la notation Σ n'est pas un objectif du programme.