CLASSE DE TERMINALE D

(Horaire hebdomadaire: 6 heures)

Le programme de mathématiques de la classe terminale série D est bâti sur les intentions suivantes :
- poursuivre et approfondir la pratique d'une démarche scientifique ;
- permettre l'acquisition d'outils mathématiques dans le cadre d'une interaction avec les autres disciplines.

La classe de mathématiques est un lieu de découverte, de réflexion et de communication. La résolution de problèmes et l'étude de situations occupent une place importante afin d'entraîner les élèves à l'activité scientifique et de promouvoir chez eux l'acquisition de méthodes.
L'exploitation de ces situations permet la mise en place de notions et méthodes nouvelles, une synthèse brève reprend l'essentiel de ce qu'il faut retenir, des travaux pratiques viennent consolider ou compléter les compétences acquises.

Le programme présente une certaine diversité dans les points abordés : il est important d'assurer un bon équilibre entre les différentes parties et de n'en négliger aucune. Aussi les sujets comportant de trop grandes difficultés techniques ou conceptuelles sont écartés au bénéfice de ceux développant chez les élèves une bonne solidité sur les points essentiels et les savoir faire fondamentaux.

Le texte est présenté de la façon suivante :
- en caractères gras, l'intitulé des contenus ;
- en caractères standard, les objectifs à atteindre ;
- en caractères italiques, un commentaire qui précise le sens ou les limites à donner à certains points du programme.

Les notions indiquées "hors programme" n'ont pas à être abordées en classe de terminale.

PROBLEMES ALGEBRIQUES ET NUMERIQUES

1 Applications

- **application injective, surjective ;**
- **bijection, application réciproque ;**
- **composition des applications.**

Les élèves doivent être capables de :
- reconnaître si une application est injective, surjective, bijective ;
- relier l'existence et le nombre de solutions d'une équation du type f(x) = λ à la qualité de l'application f, de manière algébrique ou graphique ;
- déterminer graphiquement dans un repère orthonormé ou par une formule, la réciproque d'une bijection donnée ;
- déterminer la composée de deux applications sur des cas simples.

Les notions ci-dessus ne doivent pas faire l'objet d'un exposé détaillé et seront donc étudiées de façon succincte. Elles doivent être réinvesties tout au long de l'année : fonctions numériques, transformations du plan...

2 Polynômes et fractions rationnelles

- **écriture réduite ; polynôme nul ; degré d'un polynôme ; opérations;**
- **racines d'un polynôme ; factorisation ; pratique de la division euclidienne sur des exemples ;**
- **trinôme du second degré : somme et produit des racines ;**
- **fractions rationnelles.**

Les élèves doivent connaître le résultat suivant (admis) : "si un polynôme est nul, tous ses coefficients sont nuls".
Les élèves doivent savoir :
- effectuer des opérations sur les polynômes et les fractions rationnelles ;
- effectuer la division euclidienne de deux polynômes sur des exemples ;
- factoriser un polynôme ;
- utiliser l'expression de la somme et du produit des racines d'un trinôme du second degré lors de la résolution de problèmes.

On rappellera le résultat vu en seconde concernant la mise en facteur du terme (x-a) pour un polynôme s'annulant en a.
Est hors programme toute théorie générale des polynômes.

3 Equations, inéquations et systèmes

- **équations avec radicaux du type $\sqrt{f(x)} = \sqrt{g(x)}$ ou $\sqrt{f(x)}$ = ax+b où f et g sont des polynômes de degré au plus égal à 2 ;**
- **inéquations correspondant aux cas précédents ;**
- **exemples de résolution de systèmes linéaires à coefficients numériques.**

Les élèves doivent savoir :
- résoudre des équations et inéquations avec radicaux ;
- résoudre des systèmes linéaires de taille modeste par la méthode des combinaisons linéaires ou à l'aide de la méthode du pivot de Gauss.

On se gardera de tout excès de technicité. La méthode du pivot de Gauss est à pratiquer sur des exemples, mais sa description générale n'est pas au programme. Toute étude introduisant <u>à priori</u> des paramètres est exclue.

SUITES NUMERIQUES

1. Exemples de modes de génération de suites :

1.1 Généralités

- **suite des valeurs f(n) d'une fonction f définie sur $\mathbb{N}$;**
- **suite définie par une relation $u_{n+1} = f(u_n)$ et la valeur de son premier terme.**

1.2 Cas des suites arithmétiques ou géométriques

- **suites définies respectivement par $u_{n+1} = u_n + a$ et $u_{n+1} = b.u_n$ et une valeur initiale u_0 ;**
- **expression du terme de rang p ;**
- **calcul de la somme des n premiers termes d'une suite arithmétique, d'une suite géométrique.**
- **taux d'accroissement d'une population;**
- **projections de population**

Les élèves doivent savoir :
- utiliser la notation indicielle $u_n = f(n)$ d'une suite ; exprimer en fonction de n des termes d'une suite (u_n) tels que u_{n+1}, u_{n+3}, u_{2n} ; distinguer rang et indice ;
- calculer les premiers termes d'une suite définie par $u_{n+1} = f(u_n)$ et son premier terme ;
- reconnaître et caractériser (raison, premier terme) une suite arithmétique, une suite géométrique ;
- calculer le terme de rang n, la somme des n premiers termes d'une suite arithmétique, d'une suite géométrique (cas particuliers : $1+ 2 +\ldots+ n$; $1 + b + b^2 + ..+ b^n$) ;
- utiliser le symbole Σ sur des exemples simples.

Sont hors programme :
- *tout exposé général sur les suites ;*
- *l'étude de la structure de l'ensemble des suites ;*
- *l'étude générale des suites récurrentes.*

2. Comportement global :

- **suites majorées, suites minorées ;**
- **suites croissantes, suites décroissantes ;**

- **suites périodiques.**

Les élèves doivent être capables sur des exemples simples :
- d'obtenir une majoration (ou une minoration) d'une suite;
- d'établir la croissance (ou la décroissance) d'une suite.

Pour cela, ils doivent savoir utiliser (si nécessaire) le raisonnement par récurrence :

"Pour démontrer par récurrence qu'une propriété est vraie pour tout entier $n \cdot n_0$, il suffit de montrer que :

a) la propriété est vraie pour $n = n_0$;

b) la propriété pour un entier quelconque n implique la propriété pour l'entier suivant n+1."

3. Etude d'une suite pour les grandes valeurs de n ; langage des limites

La définition des limites par (A,N) ou (ε,N) est en dehors du programme ainsi que le théorème concernant les suites croissantes majorées (ou décroissantes minorées).

3.1 Limite infinie

- **limites des suites de terme général n, n^2, n^3, $\sqrt{n}$;**
- **introduction de la notation $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = +\infty$**

Les élèves doivent connaître :
- le comportement des suites de terme général n, n^2, n^3, $\sqrt{n}$ pour les grandes valeurs de n ;
- le sens de la notation $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = +\infty$

Les élèves doivent être capables de montrer que $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = +\infty$ en établissant une minoration de la forme $u_n \geq \lambda \cdot a_n$ à partir d'un certain rang, où (a_n) désigne une des suites citées ci-dessus et λ est un réel strictement positif.

On évitera toute technicité excessive et on donnera éventuellement les indications nécessaires.

3.2 Limite finie

- **limite des suites de terme général $\frac{1}{n}$; $\frac{1}{n^2}$; $\frac{1}{n^3}$; $\frac{1}{\sqrt{n}}$**
- **introduction de la notation $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = L$**

Les élèves doivent connaître :
- le comportement des suites de terme général $\frac{1}{n}$; $\frac{1}{n^2}$; $\frac{1}{n^3}$; $\frac{1}{\sqrt{n}}$ pour les grandes valeurs de n ;
- le sens de la notation $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = L$

Les élèves doivent être capables de montrer que la suite (u_n) converge vers L

en établissant une majoration de la forme $| u_n - L| \leq k \bullet b_n$ à partir d'un certain rang, où (b_n) désigne l'une des suites citées ci-dessus et k est un réel strictement positif.

L'unicité de la limite est admise.
On évitera toute technicité excessive.

3.3 Cas d'une suite géométrique

- **limite de la suite (u_n) avec $u_n = k^n$, où k est strictement positif**

Les élèves doivent connaître le comportement de la suite (k^n) pour les grandes valeurs de n, dans les deux cas suivants $0 \leq k < 1$ et $k > 1$.

Ce résultat pourra être admis. En dehors de ce cas et des problèmes d'approximation d'un nombre donné, l'étude de la convergence d'une suite récurrente n'est pas au programme.

3.4 Opérations algébriques sur les limites

- **limite de la somme de deux suites, du produit d'une suite par une constante, du produit de deux suites, de l'inverse d'une suite, du quotient de deux suites.**

Les élèves doivent connaître et savoir utiliser les résultats concernant les opérations sur les limites pour étudier dans les cas simples le comportement d'une suite (u_n) pour les grandes valeurs de n.

Les énoncés concernant les opérations sur les limites seront admis
L'étude systématique des formes indéterminées est hors programme.

4 Travaux pratiques

- **Exemples d'étude de problèmes conduisant à des suites arithmétiques ou géométriques ;**
- **Exemples simples d'emploi de suites pour l'approximation d'un nombre.**

Les élèves doivent être capables de réinvestir les résultats établis sur les suites pour résoudre des problèmes tels que, par exemple, le calcul d'aire, l'approximation d'un nombre réel.

On s'attachera à mettre en évidence les étapes suivantes : construction d'un algorithme d'approximation, étude de la suite ainsi obtenue, obtention de la précision visée.

FONCTIONS NUMERIQUES

En ce qui concerne les fonctions numériques d'une variable réelle, le programme est organisé autour des deux points suivants :
- exploiter la dérivation pour l'étude locale et globale des fonctions ;
- faire acquérir une compétence suffisante pour résoudre des problèmes numériques où interviennent des fonctions usuelles.

1 Comportement global

- **égalité de deux fonctions ;**
- **opérations algébriques sur les fonctions : $\lambda \cdot f$ ($\lambda \in \mathbb{R}$); f + g ; f•g, $\frac{1}{f}$; $\frac{f}{g}$;**
- **composition de deux fonctions : g o f ;**
- **comparaison : $f \geq 0$; $f \geq g$;**
- **restriction d'une fonction à un intervalle ;**
- **sens de variation d'une fonction composée de deux fonctions monotones.**

Les élèves doivent :

- connaître le sens des notations $\lambda.f$ ($\lambda \in \mathbb{R}$); f + g ; f•g ; $\frac{1}{f}$; $\frac{f}{g}$; g o f ;
- savoir comparer deux fonctions : numériquement ou graphiquement suivant la nécessité ;
- connaître et savoir utiliser les règles donnant le sens de variation d'une fonction composée de deux fonctions monotones.

On considèrera des fonctions définies sur un intervalle ou sur une réunion d'intervalles ; dans ce dernier cas, on se ramènera alors à une étude portant sur chacun de ces intervalles.
Il n'y a pas lieu d'effectuer un exposé théorique au sujet des opérations algébriques et de la relation d'ordre sur les fonctions.

2 Langage des limites

2.1 Limite en + ∞ et en $-\infty$

- **limite en + ∞ des fonctions : $x \mapsto x$; $x \mapsto x^2$; $x \mapsto x^3$; $x \mapsto \sqrt{x}$;**
- **limite en + ∞ des fonctions : $x \mapsto \frac{1}{x}$; $x \mapsto \frac{1}{x^2}$; $\frac{1}{x^3}$; $\frac{1}{\sqrt{x}}$;**
- **introduction des notations $\lim_{x \to +\infty} f(x)$;**
- **notion d'asymptote horizontale.**

2.2 Limite infinie en a (a réel)

- **limite en 0 des fonctions citées précédemment ;**

- **introduction des notations** $\lim_{x \to a} f(x)$ **;** $\lim_{\substack{x \to a \\ x < a}} f(x)$ **;** $\lim_{\substack{x \to a \\ x > a}} f(x)$
- **notion d'asymptote verticale.**

2.3 Enoncés usuels sur les limites (admis)

- **opérations algébriques : limite de la somme de deux fonctions, du produit d'une fonction par une constante, du produit de deux fonctions, de l'inverse d'une fonction, du quotient de deux fonctions ;**
- **comparaison :**

a) si pour x assez grand, f(x) ≥ u(x) et si on sait que $\lim_{x \to +\infty} u(x) = +\infty$

alors $\lim_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$

b) si au voisinage de x = 0, |f(x)| ≤ u(x) et si on sait que $\lim_{x \to 0} u(x) = 0$ **, alors** $\lim_{x \to 0} f(x) = 0$

Les élèves doivent :

- connaître le comportement des fonctions de référence quand |x| devient "grand" ou "petit" ;
- avoir une connaissance intuitive du sens des notations : $\lim_{x \to +\infty} f(x)$ et $\lim_{x \to a} f(x)$
- savoir calculer sur des exemples la limite d'une fonction à l'aide des opérations algébriques ou de la comparaison avec une fonction dont on a déterminé la limite ;
- savoir déterminer une asymptote horizontale ou une asymptote verticale.

En ce qui concerne les notions sur les limites, le programme vise principalement à :

- faire acquérir aux élèves une première idée de cette notion, sans aborder une étude théorique;

- étudier sur des exemples des comportements asymptotiques en exploitant quelques énoncés;

- fournir un langage commode pour les dérivées.

Par conséquent :

-Il n'y a pas lieu de s'attarder à l'étude de ces notions ni de multiplier les exercices;

- toute complication technique est à exclure pour les exemples étudiés.

La définition des limites par (A,α) ou (ε,α) et la notion de continuité sont hors programme. Pour l'introduction des limites, on s'appuie sur l'observation du comportement de fonctions simples pour donner une idée du cas général. Quelques règles concernant la comparaison et les opérations algébriques sur les limites sont énoncées et admises, leur signification intuitive étant mise en valeur. Les travaux sur les limites se bornent à l'étude de situations où des opérations algébriques sur les fonctions de référence ou la comparaison à celles-ci permettent de conclure rapidement.

L'unicité de la limite est admise.

2.1

Comme en classe de seconde, on mènera une exploration numérique des fonctions

de référence pour les grandes valeurs de |x| .
On introduira alors les notations $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ et $\lim_{x\to-\infty} f(x)$

Puis par analogie, on étendra l'étude précédente à d'autres fonctions. A ce propos, pour donner une idée du cas général, on pourra s'intéresser aux questions suivantes : pour quelles valeurs de x a-t-on f(x) supérieur à 10, 10^2, 10^3,…,10^9,…,10^p ou |f(x) – L| inférieur à 10^{-2}, …,10^{-9},…,10^{-p}.?

2.2

<u>Note préalable</u> *(pour le professeur uniquement, dont le contenu n'est pas à exposer en classe):*

a) La notion de limite finie L en un point a d'une fonction f est fondée sur la définition suivante :

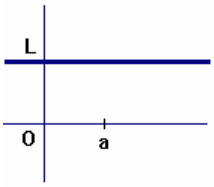
"soit E un intervalle ou une réunion de deux intervalles choisis de façon que E∪{a} *soit un intervalle. Si f est une application de E dans* ℝ*, on dira que f admet la limite L en a (ou que f(x) tend vers L quand x tend vers a) si et seulement si :*

$(\forall\ \varepsilon \in \mathbb{R}^*_+)\ (\exists\ \alpha \in \mathbb{R}^*_+)\ [(x \in E \text{ et } |x-a| < \alpha) \Rightarrow (|f(x)-L|) < \varepsilon]$"

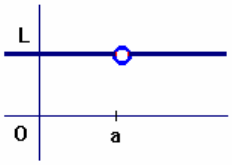
b) une définition équivalente est : f admet une limite en a si et seulement f est prolongeable par continuité en a

c) soit f_1 la restriction de f à E ∩]–∞, a [. Si f_1 *admet une limite L en a, on dit que L est la limite à gauche de f en a et on* note $\lim_{\substack{x\to a\\ x<a}} f(x)$ = L *(définition analogue pour la limite à droite)*

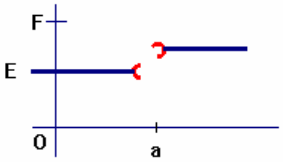
d) quelques illustrations :



$\lim_{x\to a} f(x)$ = L

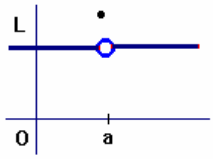


$\lim_{x\to a} f(x)$ = L



$\lim_{\substack{x\to a\\ x<a}} f(x)$ = E

$\lim_{\substack{x\to a\\ x>a}} f(x)$ = F



$\lim_{\substack{x\to a\\ x<a}} f(x)$ = L

$\lim_{\substack{x\to a\\ x>a}} f(x)$ = L

f n'admet pas de limite en a

<u>En classe</u> :

- l'étude de la limite en 0 des fonctions de référence s'appuiera sur quelques expérimentations graphiques et numériques comme dans le paragraphe 2.1.;

- on n'évoquera pas le cas de limite au point a d'une fonction définie en a mais non prolongeable par continuité en ce point. Par conséquent le problème de la limite en a ne se posera avec les élèves que dans les deux cas suivants :

- f est définie sur un intervalle contenant a : on convient alors que $\lim_{x\to a} f(x)$ = f(a)*;*

- f est définie sur un intervalle contenant a, sauf en a : dans ce cas on parlera de limite à droite ou de limite à gauche ;

- on soulignera le fait que par translation, l'étude d'une fonction x $\mapsto$ *f(x) au point a se ramène à l'étude de la fonction* h $\mapsto$ *f(a+h) au point 0.*

Dire que $\lim_{x \to a} f(x)$ = L *signifie que* $\lim_{h \to 0} f(a+h)$ = *L ;*

De façon analogue, dire que $\lim_{x \to a} f(x)$ =+∞ *signifie que* $\lim_{h \to 0} f(a+h)$ =+∞

Dans le cas d'une limite finie L, dire que $\lim_{x \to a} f(x)$ = L *signifie aussi que*

$\lim_{x \to a} |f(x) - L|$ = 0 *ou encore que f(x) = L +* φ*(x) où* $\lim_{x \to a} \varphi(x)$ = 0

2.3

En ce qui concerne les opérations algébriques, les énoncés doivent couvrir d'une part le cas des limites finies, d'autre part celui des limites infinies. Il n'y a pas lieu de s'attarder à leur étude et d'en donner une liste complète. Ils sont introduits dans l'unique but de faciliter l'étude des dérivées et de quelques comportements asymptotiques simples.

L'étude générale de la limite d'une fonction composée est hors programme.

En ce qui concerne la comparaison, ce n'est que lors de l'étude de certains problèmes (comportement asymptotique, dérivation en un point) que l'on pourra être amené à comparer une fonction f à une fonction u.

3 Dérivation

3.1 Dérivation en un point

- **approximation par une fonction affine au voisinage de 0 des fonctions qui à h associe (1 + h)^2 ; (1 + h)^3 ;** $\frac{1}{1+h}$ **;** $\sqrt{1+h}$ **;**
- **développement limité à l'ordre 1 d'une fonction au point a : nombre dérivé au point a ;**
- **vitesse instantanée, limite en 0 du taux de variation** $\frac{f(a+h) - f(a)}{h}$
- **équation cartésienne de la tangente au point a.**

3.2 Dérivation sur un intervalle

- **fonction dérivée ;**
- **dérivée d'une somme, d'un produit par une constante, d'un produit, d'un inverse, d'un quotient ;**
- **dérivée de x«»x^n (n entier relatif) et de x** $\mapsto$ $\sqrt{x}$ **;**
- **dérivée des fonctions x** $\mapsto$ **sin(x), x** $\mapsto$ **cos(x), x** $\mapsto$**tan(x) ;**
- **dérivée de x** $\mapsto$ **f(ax+b).**

3.3 Application à l'étude du comportement local et global des fonctions

- **si f est dérivable sur un intervalle I et admet un maximum local (ou**

un minimum local) en un point a distinct des extrémités de I alors f '(a) = 0 ;

- **si f est dérivable sur l'intervalle I et si la dérivée f' est nulle sur I alors f est constante sur I ;**
- **si f est dérivable sur I et si f ' est positive sur I alors f est croissante sur I ;**
- **si f est dérivable sur l'intervalle [a,b], où a < b, et si f ' est à valeurs strictement positives sur $]a,b[$ alors f est strictement croissante sur [a,b] et, pour tout élément λ de [f(a),f(b)], l'équation f(x) = λ admet une solution et une seule dans [a,b] ;**
- **énoncés analogues pour les fonctions décroissantes.**

Les élèves doivent :

- connaître et savoir utiliser les approximations suivantes :

$(1+x)^{\alpha} \approx 1+\alpha x$ pour x voisin de 0 et α appartenant à $\{-1, \frac{1}{2}, 2, 3\}$

- acquérir une bonne idée des différents aspects de la dérivation en un point :
  - f(a+h) = f(a) + h•f'(a) + hε(h) avec $\lim_{h\to 0} \varepsilon(h) = 0$;
  - vitesse instantanée ;

    $\lim_{h\to 0} \frac{f(a+h)-f(a)}{h}$ = f'(a);
  - tangente au point d'abscisse a ;

- savoir déterminer la fonction dérivée des fonctions polynômes, rationnelles, des fonctions x «» sin(ax+b), x $\mapsto$ cos(ax+b), x $\mapsto$ tan(ax+b), x $\mapsto \sqrt{ax+b}$;
- savoir exploiter les énoncés concernant les fonctions dérivées pour l'étude d'une fonction ou la résolution d'une équation.

3.1

En combinant l'expérimentation graphique et numérique et le raisonnement, on mettra en place les approximations affines des fonctions x«»$(1+x)^{\alpha}$. Lors de la résolution d'exercices, on pourra utiliser les précisions suivantes :

si $|x| \leq 1$, alors $0 \leq (1+x)^2 - (1+2x) \leq x^2$

si $|x| \leq 1$, alors $0 \leq (1+x)^3 - (1+3x) \leq 4x^2$

si $|x| \leq \frac{1}{2}$, alors $0 \leq \frac{1}{1+x} - (1-x) \leq 2x^2$

si $|x| \leq \frac{1}{2}$, alors $0 \leq 1 + \frac{1}{2}x - \sqrt{1+x} \leq \frac{x^2}{2}$

Sont hors programme :

- *la démonstration de l'équivalence entre les différents aspects de la dérivation en un point*
- *tout exposé général sur les développements limités*

3.2

On établira quelques règles de dérivation. A cette occasion, on mettra en valeur l'idée fondamentale qui conduit à ces résultats : les termes d'ordre supérieur à 1

(c'est-à-dire du type hε(h) où $\lim_{h \to 0} \varepsilon(h)$ = sont négligeables dans les calculs.

Pour les fonctions circulaires, on s'aidera de l'interprétation des résultats sur le cercle trigonométrique. On admet la valeur des dérivées des fonctions sinus et cosinus à l'origine.

Sur quelques exemples simples, on pourra évoquer les notions de points anguleux ou de tangente verticale.

La dérivation de la composée de deux fonctions dans le cas général est hors programme.

3.3

On admettra les résultats indiqués.

A l'occasion du dernier point, on observera que f est une bijection de [a,b] sur [f(a), f(b)].

4 Travaux pratiques

4.1 Etude et représentation graphique

- **étude sur des exemples numériques de fonctions polynômes, de fonctions rationnelles et de fonctions du type x $\mapsto \sqrt{ax+b}$,**

x $\mapsto$ cos(ax+b); x $\mapsto$ sin(ax+b), x $\mapsto$ tan(ax+b),

4.2 Fonctions associées

- **exemples simples d'obtention de la représentation graphique de fonctions telles que f+λ, λf, f(x+λ), f(λx), |f| à partir de celle d'une fonction f.**

4.3 Exploitation de représentations graphiques

- **exemples de lecture de propriétés d'une fonction à partir de sa représentation graphique ;**
- **exemples d'étude d'équations f(x) = λ ou d'inéquations f(x) ≤ λ**
- **exemples simples de majorations et d'encadrements portant sur des nombres ou des fonctions sur un intervalle donné.**

Les élèves doivent savoir :

- étudier et représenter les fonctions indiquées dans le programme : ensemble de définition, ensemble d'étude, variations, comportement asymptotique, tracé ;
- vérifier qu'une courbe admet un centre (ou un axe vertical) de symétrie ;
- vérifier sur des exemples simples qu'une droite donnée (D) d'équation y = ax + b est une asymptote ;

Les élèves doivent être capables d'exploiter une étude de fonction ou une représentation graphique lors de la résolution de problèmes.

Dans l'ensemble des travaux pratiques, il convient de combiner les différents outils du programme : majorations, encadrements, dérivation, représentations graphiques.

L'emploi d'une calculatrice scientifique est alors souhaité.

On exploitera largement des situations issues de l'algèbre, de la géométrie, des sciences physiques et biologiques, de la vie économique et sociale, en marquant les différentes phases : modélisation, traitement mathématique, contrôle et exploitation des résultats.

4.1
Certaines situations peuvent impliquer l'étude de branches infinies ; on se bornera à des exemples simples, et des indications sur la méthode à suivre doivent être fournies.

4.2
Tout exposé général est exclu. C'est à travers l'étude de quelques exemples que les idées pourront être mises en place.

4.3
L'exploitation d'une donnée graphique a un double intérêt : contrôler des résultats ; suggérer des propriétés, que l'on peut alors justifier si l'on dispose d'une étude de la fonction.
On pourra exploiter quelques problèmes d'optimisation.

ANGLES ET TRIGONOMETRIE

- **bases orthonormées directes, indirectes ;**
- **cosinus et sinus de l'angle orienté de deux vecteurs ;**
- **formules d'addition des fonctions circulaires, formules de duplication, formules de linéarisation de $\cos^2 a$ et de $\sin^2 a$;**
- **équations et inéquations trigonométriques fondamentales ;**
- **relations métriques dans le triangle.**

Travaux pratiques :

- **l'angle double $2(\vec{u}, \vec{v})$; condition de colinéarité, d'orthogonalité de deux vecteurs ;**
- **théorème de l'angle inscrit dans un cercle ;**
- **équations et inéquations trigonométriques fondamentales.**

Les élèves doivent connaître le résultat suivant :
- étant donné un vecteur unitaire $\vec{u}$, il existe un seul vecteur unitaire $\vec{v}$ tel que $(\vec{u}, \vec{v})$ soit une base orthonormée directe ;

Les élèves doivent savoir :
- calculer le cosinus et le sinus de l'angle d'un couple de vecteurs donnés par leurs coordonnées dans une base orthonormée directe ;
- résoudre des équations ou inéquations trigonométriques simples ;
- transformer l'expression $a \cdot \cos(x) + b \cdot \sin(x)$ en utilisant un angle auxiliaire.

Les élèves doivent :

- connaître les relations métriques dans le triangle`

$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos A$; $S = \frac{1}{2} bc \cdot \sin A$; $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$;

- savoir "résoudre" un triangle, c'est-à-dire calculer les éléments inconnus (angles ou côtés) à partir de certaines données (angles ou côtés).

Pour les angles orientés de vecteurs, il convient de s'appuyer sur les acquis de seconde.
Dans l'étude des triangles, il s'agit principalement de traiter quelques exemples de résolution ou de calculs de distances.
L'emploi des paramètres est hors programme.
Aucune technicité particulière ne doit être demandée lors de la résolution d'équations ou d'inéquations trigonométriques.

TRANSFORMATIONS DU PLAN

1 Homothéties et translations

- **caractérisation vectorielle d'une homothétie-translation**
  ($\overrightarrow{M'N'} = k \cdot \overrightarrow{MN}$)
- **transformation réciproque ; composition.**

2 Rotations

- **transformation réciproque ; composée de deux rotations de même centre.**

3 Travaux pratiques

- **exemples de résolution de problèmes faisant intervenir l'une des transformations suivantes : homothétie, translation, symétrie orthogonale, rotation ;**
- **expression analytique d'une translation, d'une homothétie ; dans un repère orthonormé, expression analytique d'une symétrie orthogonale par rapport à l'un des axes du repère.**

Les élèves doivent connaître le résultat suivant : soit f une application du plan dans lui-même. f est une homothétie-translation si et seulement si il existe un réel k non nul tel que pour tout bipoint (M,N) du plan, on ait : $\overrightarrow{M'N'} = k$ avec M' = f(M) et N' = f(N)

Les élèves doivent :

- savoir déterminer la composée de deux homothéties-translations, de deux rotations de même centre ;
- savoir déterminer la transformation réciproque de chacune des transformations suivantes : homothétie, translation, rotation ;
- connaître l'effet sur les configurations usuelles du plan (distance, alignement, parallélisme, orthogonalité…) des transformations suivantes : homothétie, translation, symétrie orthogonale, rotation.

On mettra en œuvre lors de la résolution de problèmes <u>simples</u> des propriétés des

transformations en continuation du travail entrepris en seconde.
La recherche du centre de la composée de deux homothéties de centres distincts se fera sur des exemples.
La notion de groupe n'est pas au programme.

GEOMETRIE DANS L'ESPACE

- **Parallélisme, orthogonalité ;**
- **Sphère : section plane, plan tangent.**

Les élèves doivent :
- savoir exploiter les propriétés de parallélisme et d'orthogonalité vues en seconde pour démontrer une propriété, déterminer et représenter une section plane de polyèdres usuels (cube, pavé, tétraèdre,…) ;
- connaître les positions relatives d'une sphère et d'un plan.

On proposera des travaux pratiques mettant en œuvre les connaissances de géométrie de l'espace figurant au programme de seconde.

STATISTIQUES

Séries statistiques à une variable :

Caractéristiques de dispersion (étendue, écart-moyen, variance, écart-type)

Les élèves doivent savoir :
- organiser et représenter des données statistiques (tableaux, diagrammes, histogrammes) ;
- déterminer les caractéristiques de dispersion d'une série statistique (étendue, écart-moyen, variance, écart-type).

Il s'agit de consolider et de compléter les connaissances acquises en seconde, en montrant aux élèves que les seules caractéristiques de position sont insuffisantes pour analyser et interpréter une distribution statistique. A cet effet, on introduit les caractéristiques de dispersion.
On entraînera les élèves à organiser les calculs et à les effectuer à l'aide de la calculatrice. La formule simplifiée de la variance d'une série statistique sera établie
On s'aidera de la notation $\sum$ pour l'écriture des formules.
Les exemples choisis devront être récents et si possible en liaison étroite avec le contexte socio- culturel burkinabé.

DENOMBREMENTS

1 Notion de cardinal d'un ensemble fini:

- **cardinal de la réunion de deux ensembles, de l'ensemble des parties d'un ensemble ;**
- **cardinal du produit cartésien de deux ensembles finis ;**
- **cardinal de l'ensemble E^p des p-uplets d'éléments d'un ensemble fini E.**

2 Nombre de parties à p éléments d'un ensemble fini

- **dénombrement des arrangements et des permutations, notations n! et A_n^p ;**
- **parties de cardinal donné d'un ensemble fini, dénombrement des combinaisons, notation C_n^p ;**
- **relations $C_n^p = C_n^{n-p}$; $C_n^p + C_n^{p+1} = C_{n+1}^{p+1}$**

interprétation ensembliste de ces relations ;

- **formule du binôme**

Les élèves doivent :

- savoir utiliser le langage des ensembles : réunion, intersection, complémentaire, partition, produit cartésien ;
- savoir calculer le cardinal de la réunion de deux ensembles, du produit cartésien de deux ensembles, de l'ensemble des parties d'un ensemble;
- connaître le sens des expressions "arrangement", "permutation", "combinaison" et savoir les dénombrer dans les situations qu'elles caractérisent ;
- connaître et savoir interpréter les relations entre les C_n^p ;
- connaître la formule du binôme, savoir utiliser le triangle de Pascal pour trouver les coefficients dans le développement de $(a+b)^n$.

Il s'agit d'entraîner les élèves à organiser, grâce à un minimum de langage ensembliste, des données issues de secteurs variés et à traiter des problèmes simples de dénombrement relatifs à ces données.
La modélisation fondée sur le nombre d'applications d'un ensemble dans un autre est hors programme. On s'appuiera sur l'étude d'exemples simples de partitions et de représentations (arbres, tableaux,…) pour organiser et dénombrer des données.
Tout exposé sur la théorie des ensembles est exclu.

****