CLASSE DE TERMINALE G_2

(Horaire hebdomadaire : 3 heures)

Le programme de mathématiques des classes terminales de la série G_2 a pour intention majeure de <u>fournir des outils</u> pour suivre avec profit l'enseignement des sciences et techniques économiques.

Les activités de résolution de problèmes et l'étude de situations occupent une place importante afin
- de développer les capacités d'organisation et de communication,
- de promouvoir l'acquisition de méthodes et de techniques.

L'exploitation de ces situations permet la mise en place de notions et méthodes nouvelles, une synthèse brève reprend l'essentiel de ce qu'il faut retenir, des travaux pratiques viennent consolider ou compléter les compétences acquises.

On s'en tiendra, pour réaliser ce programme, à un cadre et un vocabulaire théoriques modestes mais suffisamment efficaces pour répondre aux besoins mathématiques des autres disciplines.

Le texte est présenté de la façon suivante :
- en caractères **gras**, l'intitulé des contenus ;
- en caractères standard, les objectifs à atteindre ;
- en caractères *italiques*, un commentaire qui précise le sens ou les limites à donner à certains points du programme.

Les notions indiquées "hors programme" n'ont pas à être abordées en classe de terminale G_2.

DENOMBREMENTS

- **Le langage des ensembles : complémentaire d'un ensemble, partition d'un ensemble, produit cartésien de deux ensembles ;**
- **notion de cardinal d'un ensemble :**
  - **- définition du cardinal d'un ensemble fini A et sa notation card A ; cardinal de l'ensemble vide ;**
  - **- cardinal de la réunion de deux ensembles finis ;**
  - **- cardinal du complémentaire d'une partie d'un ensemble fini ;**
  - **- cardinal de l'ensemble E^p des p-uplets d'éléments d'un ensemble fini E ;**
- **choix de p éléments distincts d'un ensemble fini à n éléments (p≤n)**
  - **- dénombrement des arrangements et des permutations, notations n! et A_n^p ;**
  - **- dénombrement des combinaisons, notation C_n^p ;**

Les élèves doivent :
- savoir utiliser le langage des ensembles pour traduire des situations en terme d'intersection, de réunion, de complémentaire, de partition, de produit cartésien d'ensembles ;
- savoir construire et utiliser des tableaux à double entrée ;
- connaître et faire fonctionner les relations :

  $\text{card}(A \cup B) = \text{card } A + \text{card } B - \text{card}(A \cap B)$

  $\text{card}(E \times F) = \text{card } E \times \text{card } F$

  $\text{card } \overline{A} = \text{card } E - \text{card } A$

  $\text{card } (E^p) = (\text{card } E)^p$
- connaître le sens des expressions "arrangement", "permutation", "combinaison" et savoir les dénombrer dans les situations qu'elles caractérisent ;
- savoir effectuer un dénombrement , soit en reconnaissant un modèle déjà étudié et en appliquant la formule correspondante, soit en utilisant des méthodes directes (arbres, tableaux,…)

Dans la perspective de l'étude des probabilités en classe de terminale, les différentes notions ensemblistes seront introduites au travers de situations simples que l'on illustrera par des représentations graphiques. Seule l'utilisation du langage des ensembles est exigible des élèves. Tout exposé sur la théorie des ensembles est exclu.

La modélisation fondée sur le nombre d'applications d'un ensemble dans un autre est hors programme. On s'appuiera sur l'étude d'exemples simples de partitions et de représentations (arbres, tableaux,…) pour organiser et dénombrer des données.

ALGEBRE

1 Suites numériques

- **exemples de modes de génération de suites :**
  - **- suite des valeurs f(n) d'une fonction f définie sur ℕ;**
  - **- exemples de suites récurrentes.**
- **cas des suites arithmétiques ou géométriques : définition, expression du terme de rang p, calcul de la somme des n premiers termes.**
- **taux d'accroissement d'une population sur des exemples simples;**
- **projections de population**

Les élèves doivent :
- connaître le vocabulaire lié aux suites (terme, indice, rang) ;
- savoir calculer des termes d'une suite ;
- savoir reconnaître et caractériser (raison, premier terme) une suite arithmétique ou géométrique ;
- savoir calculer le terme de rang n, la somme des n premiers termes d'une suite arithmétique ou géométrique (cas particuliers : $1+2+\ldots+n$; $1+a+a^2+\ldots+a^n$).

Lors de ce premier contact avec les suites, l'objectif principal est de familiariser les élèves avec la description de situations discrètes simples.
Sont hors programme:
- le raisonnement par récurrence ;
- tout exposé général sur les suites, en particulier les notions de suites majorées ou minorées ;
- la notion de limite d'une suite.

2 Travaux pratiques

- **exemples d'études de situations de proportionnalité, de calculs de pourcentages et de taux ;**
- **exemples simples de situations conduisant à des suites arithmétiques ou géométriques ;**
- **exemples de résolution et interprétation graphique de systèmes d'équations et d'inéquations du premier degré à deux inconnues à coefficients numériques ;**
- **résolution algébrique d'une équation du second degré.**

Les élèves doivent savoir reconnaître et traiter, en présence de données graphiques ou numériques, une situation de proportionnalité et en particulier de pourcentages. Ils doivent être familiarisés avec la description de situations discrètes simples conduisant à des suites arithmétiques ou géométriques.

Les élèves doivent savoir étudier des exemples simples de programmation linéaire

Pour l'ensemble des travaux pratiques, on insistera sur la phase de mise en équation, en évitant de multiplier les exemples posés a priori et en se gardant de

tout excès de technicité.
Ainsi, pour les équations et inéquations numériques, il convient non seulement de consolider et de compléter les techniques de résolution, mais aussi d'apprendre à mettre en équation des problèmes et à interpréter les résultats obtenus au regard des problèmes posés.
On choisira autant que possible des situations issues de l'économie ou de la démographie.
Toute étude introduisant des paramètres est exclue.

FONCTIONS NUMERIQUES

1 Comportement global

- **égalité de deux fonctions ;**
- **opérations algébriques sur les fonctions : $\lambda \cdot f$ ($\lambda \in \mathbb{R}$); f + g ; fxg ; $\frac{1}{f}$; $\frac{f}{g}$;**
- **comparaison : $f \geq 0$, $f \geq g$.**

Les élèves doivent :

- connaître le sens des notations $\lambda \cdot f$ ($\lambda \in \mathbb{R}$); f + g ; fxg ; $\frac{1}{f}$; $\frac{f}{g}$;
- savoir comparer deux fonctions : numériquement ou graphiquement suivant la nécessité.

On considèrera des fonctions définies sur un intervalle ou sur une réunion d'intervalles ; dans ce dernier cas, on se ramènera alors à une étude portant sur chacun de ces intervalles.
Il n'y a pas lieu d'effectuer un exposé théorique au sujet des opérations algébriques et de la relation d'ordre sur les fonctions
.

2 Langage des limites

2.1 Limite en + ∞ et en - ∞

- **limite en l'infini des fonctions : $x \mapsto x$, $x \mapsto x^2$, $x \mapsto x^3$, $x \mapsto \sqrt{x}$, $x \mapsto \frac{1}{x}$, $x \mapsto \frac{1}{x^2}$;**
- **introduction des notations** $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$ **;**
- **notion d'asymptote horizontale.**

2.2 Limite en a (a ∈ ℝ)

- **limite en 0 des fonctions citées précédemment ;**
- **introduction des notations** $\lim\limits_{x \to a} f(x)$; $\lim\limits_{\substack{x \to a \\ x < a}} f(x)$; $\lim\limits_{\substack{x \to a \\ x > a}} f(x)$
- **notion d'asymptote verticale.**

2.3 Enoncés usuels sur les limites (admis)

· **opérations algébriques : limite de la somme de deux fonctions, du produit d'une fonction par une constante, du produit de deux fonctions, de l'inverse d'une fonction, du quotient de deux fonctions.**

Les élèves doivent :

- connaître le comportement des fonctions de référence quand |x| devient "grand" ou "petit" ;
- avoir une connaissance <u>intuitive</u> du sens des notations : $\lim_{x\to+\infty} f(x)$; $\lim_{x\to-\infty} f(x)$; $\lim_{x\to a} f(x)$; $\lim_{\substack{x\to a\\ x<a}} f(x)$; $\lim_{\substack{x\to a\\ x>a}} f(x)$
- savoir calculer sur des exemples <u>simples</u> la limite d'une fonction à l'aide des opérations algébriques ;
- savoir sur des exemples <u>simples</u> déterminer une asymptote horizontale ou verticale.

Il s'agit principalement de faire acquérir aux élèves une idée intuitive de la notion de limite en vue d'introduire le nombre dérivé d'une fonction en un point et la notion d'asymptote verticale ou horizontale.
Par conséquent :
- il n'y a pas lieu de s'attarder aux exercices de recherche de limites ;
- la définition des limites par (A,α) ou (ε,α) et la notion de continuité sont hors programme

3 Dérivation

3.1 Dérivation en un point

- **nombre dérivé au point a : limite en 0 du taux de variation** $\dfrac{f(a+h)-f(a)}{h}$ **;**
- **équation cartésienne de la tangente au point a.**

3.2 Dérivation sur un intervalle

- **fonction dérivée ;**
- **dérivée d'une somme, d'un produit par une constante, d'un produit, d'un inverse, d'un quotient ;**
- **dérivée de x $\mapsto x^n$ (n entier relatif) et de x $\mapsto \sqrt{x}$;**

3.3 Application à l'étude du comportement local et global des fonctions

- **si f est dérivable sur un intervalle I et admet un maximum local (ou un minimum local) en un point a distinct des extrémités de I alors f '(a) = 0 ;**
- **si f est dérivable sur l'intervalle I et si la dérivée f ' est nulle sur I alors f est constante sur I ;**

- **si f est dérivable sur I et si f ' est positive sur I alors f est croissante sur I ;**
- **si f est dérivable sur l'intervalle [a,b], où a < b, et si f ' est à valeurs strictement positives sur $]a,b[$ alors f est strictement croissante sur [a,b] et, pour tout élément λ de [f(a),f(b)], l'équation f(x) = λ admet une solution et une seule dans [a,b] ;**
- **énoncés analogues pour les fonctions décroissantes.**

Les élèves doivent :
- acquérir une bonne idée de la dérivation en un point :
  - f(a+h) = f(a) + h•f '(a) + hε(h) avec $\lim_{h\to 0}\varepsilon(h) = 0$;
  - vitesse instantanée ;

    $\lim_{h\to 0}\frac{f(a+h)-f(a)}{h}$ = f '(a);
  - tangente au point d'abscisse a ;

- savoir déterminer la fonction dérivée des fonctions polynômes, des fonctions homographiques ;
- savoir exploiter les énoncés concernant les fonctions dérivées pour l'étude d'une fonction ou la résolution d'une équation.

3.1
Sur quelques exemples, on mettra en évidence le fait que les termes d'ordre supérieur à 1 (c'est-à-dire du type hε(h) où $\lim_{h\to 0}\varepsilon(h)$ = sont négligeables dans les calculs.

3.2
On admettra les règles de dérivation. La notation différentielle peut être donnée en liaison avec d'autres matières mais aucune connaissance à ce sujet n'est exigible en mathématiques.
Sont hors programme :
- les notions de points anguleux et de tangente verticale
- la dérivation de la composée de deux fonctions.

3.3
On admettra les résultats indiqués.
A l'occasion du dernier point, on observera que f est une bijection de [a,b] sur [f(a), f(b)].

4 Travaux pratiques

- **étude et courbe représentative d'une fonction simple ;**
- **exemples de recherche d'extremums ;**
- **exemples d'étude d'équations f(x) = λ (par le calcul ou graphiquement) ;**
- **exemples d'étude de situations décrites au moyen de fonctions.**

- Les élèves doivent savoir étudier certaines fonctions numériques (fonctions polynômes de degré inférieur ou égal à 3, fonctions homographiques), construire et interpréter leur courbe représentative lors de la résolution de problèmes.

Dans l'ensemble des travaux pratiques, on pourra étudier des situations issues de domaines variés, en évitant de multiplier des exemples donnés à priori et en se gardant de toute technicité. Ce sera l'occasion de marquer les différentes phases d'une démarche scientifique : modélisation, traitement mathématique, contrôle et exploitation des résultats.

STATISTIQUES

Séries statistiques à une variable :

- **Caractéristiques de dispersion (étendue, écart-moyen, variance, écart-type)**

Les élèves doivent savoir :
- organiser et représenter des données statistiques (tableaux, diagrammes, histogrammes) ;
- déterminer les caractéristiques de dispersion d'une série statistique (étendue, écart-moyen, variance, écart-type).

Il s'agit de consolider et de compléter les connaissances acquises en seconde, en montrant aux élèves que les seules caractéristiques de position sont insuffisantes pour analyser et interpréter une distribution statistique. A cet effet, on introduit les caractéristiques de dispersion.
On entraînera les élèves à organiser les calculs et à les effectuer à l'aide de la calculatrice. La formule simplifiée de la variance d'une série statistique sera admise.
Les exemples choisis devront être récents et si possible en liaison étroite avec le contexte socio- culturel burkinabé.