

---

HUITÈME ÉDITION DES OLYMPIADES TOGOLAISES(OTM) ET CONCOURS MISS  
MATHÉMATIQUES

Deuxième tour  
Date: Samedi 19 Mai 2018  
Niveau: Première A  
Durée: 2 h

---

**NB:** Il est demandé aux candidats de laisser toute trace de recherches, justifier et détailler ses réponses et de laisser une ligne au moins entre deux questions. Les dernières feuilles sont les brouillons.

**Exercice 1.**

Soit la fonction polynôme  $P$  définie par:  $P(x) = x^3 + 2x - a$ , où  $a \in \mathbb{R}$ .

- 1) Déterminer pour que 1 soit un zéro de de  $P(x)$ .
- 2) Etudier le signe de  $P(x)$  suivant les valeurs de  $x$ .
- 3) En déduire les solutions de l'inéquation  $x^3 + 2x - 3 \geq 0$ .

**Exercice 2.**

On doit partager une somme de 30 000 F à part égale entre un certain nombre de personnes. S'il y avait 4 personnes de moins, la part de chacune serait augmenter de 1 250 F. Déterminer le nombre de personnes et la part de chacune d'elle.

**Exercice 3.**

Un tailleur a acheté 108 700 F de tissu tergal. Après avoir utilisé le tissu, il ne se rappelle plus ni de la longueur ni le prix du mètre. Il sait cependant que si le mètre avait couté 100 F de moins, il aurait 9 mètres de tissu en plus.

Aider ce tailleur  $\ll$  *Oublieux*  $\gg$  à retrouver la longueur de tissu acheté.

**Exercice 4.**

Un arbre planté en janvier 2000 mesurait 2 mètres. Il grandit de 50 mètres par an. Soit  $T_0$  sa taille à la plantation et  $T_n$  sa taille au bout de  $n$  années.

1. Donner l'expression et la valeur de la taille de l'arbre en:
  - a) en janvier 2001.
  - b) en janvier 2002.
  - c) en janvier 2003.
2. Quelle est la nature de la suite  $T_n$ .
3. Exprime  $T_n$  en fonction de  $n$ .

---

4. En quelle année l'arbre dépasserait-il 352 mètres?

**Exercice 5.**

**Partie A:**

Soit la fonction rationnelle  $f$  définie par:  $f(x) = \frac{ax + b}{x + 1}$ , où  $a$  et  $b$  sont des nombres réels. On désigne par  $(\mathcal{C})$  sa courbe représentative dans un repère orthonormé  $(O, I, J)$ .

Déterminer les réels  $a$  et  $b$  sachant que la courbe  $(\mathcal{C})$  de  $f$  admet au point  $A(0 ; -1)$ , une tangente parallèle à la droite d'équation  $y = x$ .

**Partie B:**

Soit la fonction rationnelle  $g$  définie par:  $g(x) = \frac{-1}{x + 1}$ . On désigne par  $(\mathcal{C}_g)$  sa courbe représentative dans  $(O, I, J)$ .

1. Déterminer l'ensemble de définition  $D_g$  de  $g$ .
2. a) Déterminer les limites aux bornes de  $D_g$ .  
b) Préciser les asymptotes éventuelles à  $(\mathcal{C}_g)$ .
3. Calculer la dérivée  $g'$  de  $g$  et dresser son tableau de variation.
4. Déterminer le point d'intersection de  $(\mathcal{C}_g)$  avec l'axe des ordonnées puis l'équation de la tangente  $(T)$  en ce point.
5. Démontrer que le point  $I(-1 ; 0)$  est centre de symétrie de  $(\mathcal{C}_g)$ .
6. Construire  $(T)$  et  $(\mathcal{C}_g)$  dans le repère  $(O, I, J)$ .