
HUITÈME ÉDITION DES OLYMPIADES TOGOLAISES(OTM) ET CONCOURS MISS
MATHÉMATIQUES

Deuxième tour
Date: Samedi 19 Mai 2018
Niveau: Terminale A
Durée: 2 h

NB: Il est demandé aux candidats de laisser toute trace de recherches, justifier et détailler ses réponses et de laisser une ligne au moins entre deux questions. Les dernières feuilles sont les brouillons.

Exercice 1.

Deux frères, Yapi et Yapo, jouent à l'awalé sous l'arbitrage de leur père. Yapi est plus expérimenté que Yapo. Lorsque Yapi gagne une partie, le père lui donne 5 points et 0 point à Yapo. Lorsque Yapo gagne une partie, le père lui donne 8 points et 0 point à son frère. Les deux frères livrent 26 matchs, sans match nul, puis arrêtent le jeu avec le même nombre de points. Déterminer le nombre de parties gagnées par chacun d'eux.

Exercice 2.

1. Résoudre dans \mathbb{R} l'équation: $x^3 - 5x^2 - 24x = 0$.
2. En déduire les solutions de l'équation: $(\ln x)^3 - 5(\ln x)^2 - 24 \ln x = 0$.

Exercice 3.

En 2000, le prix d'un magazine de parution annuelle est de 20 000 F CFA. Chaque année, ce prix augmente de 6%. On désigne par (P_n) le prix de ce magazine en l'an $(2000 + n)$.

1. Déterminer le prix du magazine en l'an 2001, en l'an 2002.
2. a) Démontrer que (P_n) est une suite géométrique dont on précisera le premier terme et la raison.
b) Exprimer, pour tout entier naturel n , P_n en fonction de n .
3. Mado dispose d'un budget annuel de 50 000 F CFA pour acheter ce magazine.
a) Résoudre dans \mathbb{N} l'inéquation: $(1,06)^n \geq 2,5$.
b) A partir de quelle année Mado ne pourra-t-elle plus acheter le magazine?
4. On propose un abonnement à tarif préférentiel: payer 250 000 F CFA pour recevoir tous les magazines des 10 premières années.
a) Combien dépenserait Mado si elle achetait le magazine chaque année pendant les 10 premières années?
b) Quelle économie réaliserait-elle si elle choisissait un abonnement préférentiel?

Exercice 4.

Le plan est muni du repère orthonormé (O, I, J) tel que 2 cm représentent une unité sur chaque axe.

On considère la fonction f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = (2x^2 - 3x)e^x$ et (\mathcal{C}) sa représentation graphique.

1. a) Déterminer la limite de f en $+\infty$.
b) Déterminer la limite de f en $-\infty$.
(On admet que, pour tout entier naturel n : $\lim_{x \rightarrow -\infty} x^n e^x = 0$).
En déduire l'existence d'une asymptote à la courbe (\mathcal{C}) .
2. a) Déterminer la dérivée f' de la fonction f .
b) En déduire les variations de f puis dresser son tableau de variation.
3. a) Déterminer les coordonnées des points d'intersection de la courbe (\mathcal{C}) avec l'axe des abscisses.
b) Donner une équation de la tangente (T) à (\mathcal{C}) en O .
4. Construire la tangente (T) et la courbe (\mathcal{C}) .
5. Résoudre dans \mathbb{R} l'inéquation: $f(x) \geq 0$.