

Huitième édition des Olympiades Togolaises de Mathématiques et Miss Mathématiques : Niveau Troisième (Deuxième tour).

Date : 19 Mai 2018

N.B. Il est demandé au candidat de laisser toute trace de recherches, justifier et détailler ses réponses et de laisser une ligne au moins entre deux questions. Les dernières feuilles sont les brouillons.

LES CALCULATRICES SONT AUTORISEES. Durée : 2h30.

Exercice 1.

1-On considère le nombre $N=20182018201820\dots182018$ écrit en copiant 2 018 fois le nombre 2018 (N est un nombre de 8072 chiffres). N est-il divisible par 2 ? par 3 ? par 4 ? par 5 ? par 9 ?

2-Kpatcha révèle un secret à Afi. Afi le répète à 3 de ses amis. Chacune de ses amies le répète à 4 autres. Ces dernières le répètent chacune à 3 autres. Combien de fois ce secret a-t-il été répété ?

3-Benjamin a 58 billets de banques. Au total, ils représentent une somme de 39500 F. Sachant que Benjamin n'a que des billets de 500F ou 1000 F, détermine le nombre de billets de 500F et le nombre de billets de 1000F que possèdent Benjamin.

4-a/Trouver deux entiers naturels distincts a et b tels que $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{2}$

b/ Trouver trois entiers naturels distincts a, b et c tels que $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 1$.

c/ Même question pour quatre entiers naturels distincts tels que $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} + \frac{1}{d} = \frac{1}{2}$

Exercice 2.

Une course à pied d'un type nouveau a été créée récemment. Les coureurs partent tous en même temps et n'ont pas de ligne d'arrivée à franchir. Une voiture part à leur poursuite une demi-heure plus tard. Tout coureur dépassé par la voiture est éliminé. Le dernier coureur dépassé est alors déclaré vainqueur de la course. L'objectif de chaque coureur est donc de parcourir la plus grande distance possible, avant d'être rattrapé par la voiture. Voici l'organisation de la course :

- Les coureurs s'élancent à 10 heures du matin.

- La voiture qui les poursuit démarre 30 minutes plus tard. Elle accroît sa vitesse progressivement : Pendant la première heure, elle roule à 15Km/h; L'heure suivante, elle roule à 16 km/h; L'heure suivante, elle roule à 17 km/h; Les deux heures suivantes, elle roule à 20km/h, elle stabilise ensuite sa vitesse à 35km/h.

1. Robert s'est fait rattraper par la voiture 1h après son départ. Quelle distance a-t-il parcourue ?

2. Michèle s'est fait rattraper par la voiture 2h après son départ. À quelle vitesse moyenne a-t-elle couru ?

3. Philippe a parcouru 30 km avant d'être rattrapé. À quelle heure a-t-il été repris par la voiture ?

4. Le vainqueur de la course de l'an passé a parcouru 78 km. Combien de temps a-t-il couru, et à quelle vitesse moyenne ?

5. Victoire pense cette année pouvoir courir pendant des heures à 14km/h. Si elle y parvient, quelle distance parcourra-t-elle ?

Transformons les mathématiques en jeux

Association Togolaise pour la Promotion des Mathématiques au Secondaire (ATPMS)

No 1411/MATDCL-SG-DLPAP-DOCA ; Tel : 90352131/90415146/98118006 .

Exercice 3.

Une unité de longueur est donnée dans le plan. Un rectangle est dit pythagoricien lorsque les longueurs de ses côtés et de sa diagonale sont des nombres entiers.

1. Les côtés d'un rectangle ont pour longueurs 3 et 4. Est-il pythagoricien ?
2. Les côtés d'un rectangle ont pour longueurs 65 et 72 est-il pythagoricien ?
3. Étant donné deux entiers naturels p et q tels que $p < q$, on considère un rectangle dont les côtés ont pour longueurs $p^2 - q^2$ et $2pq$. Est-il pythagoricien ?
4. On considère un cercle (C) de centre O , de rayon 1, inscrit dans un carré $ABCD$. On désigne par E , F , G et H les milieux de $[AB]$, $[BC]$, $[CD]$ et $[DA]$ respectivement. Le segment $[BG]$ recoupe le cercle (C) en P . On s'intéresse au rectangle $PQRS$, inscrit dans le cercle, dont les côtés sont parallèles à ceux du carré. On note I le milieu de $[PQ]$.
 - a. Calculer les longueurs IP et IO des côtés de l'angle droit du triangle rectangle IOP .
 - b. En déduire les longueurs des côtés du rectangle $PQRS$.

Exercice 4.

A/ Nicolas a un tonneau en forme d'un cylindre de hauteur 1,8 m et de diamètre de base 0,9m.

1/ Quel est le volume du tonneau ?

2/ Nicolas place une boule de 0,4m de rayon dans le tonneau et verse ensuite de l'eau dans le tonneau pour le remplir. Quel est le volume d'eau versé par Nicolas dans le tonneau pour le remplir ?

B/Un récipient a la forme d'un pavé droit de dimensions 8cm ,7cm et 4cm. Elodie remplit ce récipient avec de l'eau jusqu'au trois quart de son volume. Quel est le volume d'eau contenu dans le récipient ?